



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
المسالك المهنية  
الدورة العادية 2019  
- الموضوع -

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

\*\*\*\*\*

NS101

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	الشعبة أو المسلك

**Instructions au candidat(e)**

**تعليمات للمترشح(ة)**

<b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b>	هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 3 pages :la première est réservée aux recommandations.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Vous devez justifier les résultats ( Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك تحليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Eviter l'écriture au stylo rouge;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

**Exercice n°1:(3pts)**

On considère la suite numérique  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par:  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{7}{3}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

0.5

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ 

0.5

2.a. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n > -\frac{14}{3}$ 

0.5

2.b. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante.

0.25

2.c. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.3. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = u_n + \frac{14}{3}$ 

0.25

3.a. Calculer  $v_0$ 

0.25

3.b. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ 

0.25

3.c. En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ 

0.25

4.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{17}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n - \frac{14}{3}$ 

0.25

4. b. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ **Exercice n°2 : (2.5pts)**

On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E) : z^2 + z + 1 = 0$  et soit  $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

0.75

1. Calculer  $\Delta$  le discriminant de l'équation  $(E)$  et en déduire que  $j$  et son conjugué  $\bar{j}$  sont les solutions de cette équation.2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , on considère les points  $A(j)$ ,  $B(\bar{j})$  et  $C(i\sqrt{3})$ 

0.25

2.a. Vérifier que  $j - \bar{j} = i\sqrt{3}$ 

0.5

2.b. En déduire que le quadrilatère  $ACOB$  est un parallélogramme.

0.5

3.a. Montrer que  $\frac{j - \bar{j}}{-j} = \sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$ 

0.5

3.b. En déduire que  $\frac{\pi}{6}$  est une mesure de l'angle  $(\overline{BO}, \overline{BA})$ **Exercice n°3 :(3pts) (Donner les résultats sous forme de fraction)**

Un sac contient trois boules blanches, trois boules vertes et deux boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard trois boules du sac.

On considère les événements suivants :

$A$  : « Les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux »

$B$  : « L'une au moins des boules tirées est verte »

$C$  : « Parmi les trois boules tirées il y'a une seule boule verte »

- 0.75 1. Montrer que  $p(A) = \frac{9}{28}$
- 1.25 2. Calculer  $p(\bar{B})$  ( $\bar{B}$  est l'événement contraire de  $B$ ) et en déduire  $p(B)$
- 1 3. Montrer que  $p(C) = \frac{15}{28}$

#### Exercice n°4 : (3pts)

L'espace est rapporté à un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

On considère le plan  $(P)$  d'équation  $x - 2y + z = 0$  et les points  $A(1; 1; 2)$  et  $B(1; 1; 1)$

- 0.5 1.a. Vérifier que les points  $O$  et  $B$  sont des points de  $(P)$
- 0.25 1.b. Montrer que la droite  $(OA)$  n'est pas incluse dans  $(P)$
- 0.75 1.c. Montrer que les points  $O$ ,  $A$  et  $B$  ne sont pas alignés.
- 1 2. Donner une équation cartésienne du plan  $(OAB)$
- 0.5 3. Donner sans calcul  $(P) \cap (OAB)$

#### Exercice n°5 : (8.5 pts)

##### Partie I

On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = (x^3 - 1) + \ln x$

1. Copier et remplir le tableau de signe suivant par + ou - :

	$x$	0	1	$+\infty$
1	$x^3 - 1$			
	$\ln x$			
	$(x^3 - 1) + \ln x$			

- 0.5 2. En déduire que  $g(x) \leq 0$  sur  $]0; 1]$  et  $g(x) \geq 0$  sur  $[1; +\infty[$

##### Partie II

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = x^2 - \frac{2 \ln x}{x}$

et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 0.75 1.a. Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  puis donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1.25 1.b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1.25 2.a. Montrer que  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$  puis calculer  $f'(1)$
- 1 2.b. En déduire que  $f$  est décroissante sur  $]0; 1]$  et que  $f$  est croissante sur  $[1; +\infty[$
- 0.75 2.c. Calculer  $f(1)$  puis dresser le tableau de variations de  $f$

## Partie III

- 1 1. Montrer que  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$
- 1 2. Dans la figure ci-dessous  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   
 Calculer l'aire de la partie hachurée.

